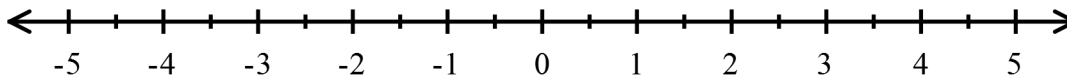


Ρητοί αριθμοί

Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί



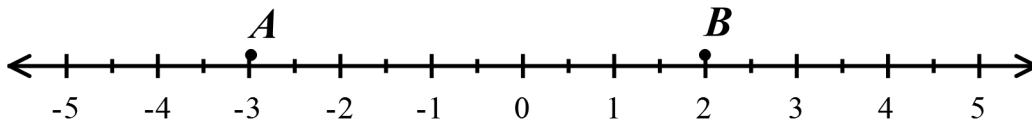
Η ευθεία (άξονας) των ρητών αριθμών.

- ▶ **Θετικός** ονομάζεται ένας αριθμός ο οποίος είναι μεγαλύτερος από το 0. Στην ευθεία των ρητών αριθμών τοποθετείται δεξιά του 0. Σε πολλές περιπτώσεις για να τον ξεχωρίσουμε βάζουμε μπροστά του ένα +.
- ▶ **Αρνητικός** ονομάζεται ένας αριθμός ο οποίος είναι μικρότερος από το 0. Στην ευθεία των ρητών αριθμών τοποθετείται αριστερά του 0. Για να τον ξεχωρίσουμε του βάζουμε μπροστά ένα -.
- ▶ Τα + και - που βάζουμε μπροστά από τους αριθμούς για να τους ξεχωρίσουμε ονομάζονται **πρόσημα**.
- ▶ Οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο λέγονται **ομόσημοι**.
- ▶ Οι αριθμοί που δεν έχουν το ίδιο πρόσημο λέγονται **ετερόσημοι**.
- ▶ Το 0 δεν είναι ούτε **θετικός** ούτε **αρνητικός**.
- ▶ **Ακέραιοι** ονομάζονται οι φυσικοί αριθμοί (θετικοί ακέραιοι) μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς (αρνητικοί ακέραιοι), (οι φυσικοί με αρνητικό πρόσημο).
- ▶ **Ρητοί** ονομάζονται οι αριθμοί που μπορούν να γραφούν ως κλάσμα με όρους ακέραιους. Δηλ. πρακτικά όλοι οι γνωστοί μας μέχρι τώρα αριθμοί.
- ▶ Κάθε θετικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από οποιονδήποτε αρνητικό αριθμό.

Παραδείγματα

1. Ο αριθμός 3 είναι θετικός.
2. Ο αριθμός -12 είναι αρνητικός.
3. Οι αριθμοί $+3$ και -4 είναι ετερόσημοι αφού έχουν διαφορετικά πρόσημα.
4. Οι αριθμοί -12 και $-\frac{3}{5}$ είναι ομόσημοι αφού έχουν τα ίδια πρόσημα.
5. Όταν θεωρήσουμε ως 0 την επιφάνεια της θάλασσας, τότε ένα ψάρι που κολυμπάει στα 10 μέτρα εκφράζεται από τον αριθμό -10 .
6. Όταν λέμε ότι η θερμοκρασία ενός τόπου είναι 2 βαθμούς κάτω του μηδενός τότε εννοούμε -2 .
7. Όταν λέμε ότι η θερμοκρασία βρασμού του νερού είναι στους 100 βαθμούς εννοούμε $+100$.

Απόλυτη τιμή - Σύγκριση Ρητών



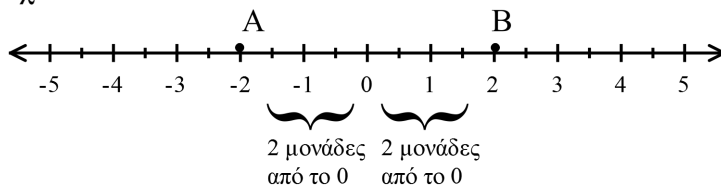
Στην παραπάνω ευθεία των ρητών αριθμών η θέση του σημείου A αντιστοιχεί στον αρνητικό αριθμό -3 . Τον αριθμό αυτόν, που εκφράζει την θέση του σημείου A πάνω στην ευθεία των ρητών αριθμών, τον ονομάζουμε τετμημένη του σημείου A. Για το σημείο B η τετμημένη του είναι ο θετικός αριθμός 2 ή $+2$.

- ▶ **Απόλυτη τιμή** ενός ρητού αριθμού a ονομάζουμε την απόσταση του σημείου με τετμημένη a από την αρχή του άξονα (δηλ. την απόστασή του από το 0). **Συμβολίζουμε $|a|$** . Έτσι για τα σημεία A και B του παραπάνω σχήματος έχουμε $|-3| = 3$ για το A και $|+2| = 2$ για το B.

Ποιο απλά όταν έχουμε να βρούμε την απόλυτη τιμή ενός αριθμού παίρνουμε τον αριθμό με θετικό πρόσημο δηλ. $\left| -\frac{1}{3} \right| = +\frac{1}{3}$.

- ▶ **Αντίθετοι** λέγονται δύο αριθμοί οι οποίοι είναι **ετερόσημοι** και έχουν την **ίδια απόλυτη τιμή**. Πρακτικά έχουμε να κάνουμε με δύο αριθμούς που είναι ίδιοι έχουν όμως αντίθετα πρόσημα. Έτσι οι αριθμοί -2 και $+2$ είναι αντίθετοι όπως επίσης οι $-\frac{3}{7}$ και $+\frac{3}{7}$.

- ▶ Οι τετμημένες δύο αντίθετων αριθμών είναι δύο σημεία συμμετρικά ως προς το 0 και έχουν την ίδια απόσταση από το 0.



- ▶ Ο αντίθετος ενός αριθμού a συμβολίζεται με $-a$.
- ▶ Ο αντίθετος ενός αρνητικού αριθμού είναι η απόλυτη τιμή του (δηλ. $-(-3) = |-3| = +3$).
- ▶ Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι ο ίδιος ο αριθμός. Π.χ. $|+2| = +2$.
- ▶ Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι ο αντίθετός του. Π.χ. $|-2| = +2$. (Αναλυτικά $|-2| = -(-2) = +2$).
- ▶ Η απόλυτη τιμή του 0 είναι 0.
- ▶ Γενικά ένας αριθμός a είναι **μεγαλύτερος** από έναν άλλο αριθμό β όταν βρίσκεται **δεξιότερα** (πάνω στον άξονα των ρητών αριθμών) απ' ότι ο β .
- ▶ Κάθε **θετικός** αριθμός είναι **μεγαλύτερος** από κάθε **αρνητικό**.
- ▶ Ο μεγαλύτερος από δυο θετικούς ρητούς είναι εκείνος που έχει την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.
- ▶ Ο μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς ρητούς είναι εκείνος που έχει την μικρότερη απόλυτη τιμή. Ισχύει $-5,21 < -5,20$ διότι $|-5,21| = 5,21$ που είναι μεγαλύτερη από την $|-5,20| = 5,20$.

Πράξεις

Πρόσθεση ρητών αριθμών

- ▶ Για να προσθέσουμε δύο ομόσημους αριθμούς προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και για πρόσημο βάζουμε το ίδιο. Πρακτικά προσθέτουμε τους αριθμούς και βάζουμε το ίδιο πρόσημο.
- ▶ Για να προσθέσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, αφαιρούμε από την μεγαλύτερη την μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο αυτού με την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή. Πρακτικά κάνουμε αφαίρεση και βάζουμε το πρόσημο του μεγαλύτερου αριθμού (μόνο του αριθμού χωρίς να λάβουμε υπόψιν το πρόσημο).

Ιδιότητες

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= \beta + \alpha \\ (\alpha + \beta) + \gamma &= \alpha + (\beta + \gamma) \\ \alpha + 0 &= 0 + \alpha = \alpha \\ \alpha + (-\alpha) &= (-\alpha) + \alpha = 0 \end{aligned}$$

αντιμεταθετική
προσεταιριστική
ουδέτερο στοιχείο
Ύπαρξη αντίθετου

$$\begin{aligned} (+2) + (+3) &= (+3) + (+2) \\ [(+2) + (-3)] + (-1) &= (+2) + [(-3) + (-1)] \\ (-2) + 0 &= 0 + (-2) = -2 \\ (+4) + (-4) &= (-4) + (+4) = 0 \end{aligned}$$

Παρατήρηση!!! Αντί να γράφουμε $((...))$ δηλ. παρένθεση μέσα στην παρένθεση, στην θέση των πρώτων παρενθέσεων βάζουμε αγκύλες δηλ. $[(...)]$.

Παραδείγματα

1. $(+4) + (+3) = +(4+3) = +7 = 7$.
2. $(-2) + (-3) = -(2+3) = -5$
3. $(+3) + (-12) = -(12-3) = -9$
4. $(+12) + (-3) = +(12-3) = +9$
5. $\left(-\frac{3}{2}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 3}\right) + \left(-\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2}\right) = \dots\dots\dots$ Κάνουμε τα κλάσματα ομώνυμα
 $\left(-\frac{9}{6}\right) + \left(-\frac{4}{6}\right) = \dots\dots\dots$ Έχουμε ομόσημους αριθμούς οπότε θα κάνουμε πρόσθεση.
 $-\frac{9+4}{6} = \dots\dots\dots$ και θα βάλουμε πρόσημο το κοινό τους πρόσημο δηλ. το $\{-\}$
 $-\frac{13}{6}$
6. $(-3) + (+4) + (+2) + (-4) + (-12) + (+4) + (-7)$ Γράφουμε πρώτα όλους τους θετικούς μαζί $(+4) + (+2) + (+4) + (-3) + (-4) + (-12) + (-7) \dots\dots\dots$ και όλους τους αρνητικούς μαζί. $(+4) + (+2) + (+4) + (-3) + (-4) + (-12) + (-7) = \dots\dots\dots$ Διώχνουμε τα αντίθετα $-4, +4$
 $(+2) + (+4) + (-3) + (-12) + (-7) =$
Θα προσθέσουμε τους αριθμούς που έχουν ίδιο πρόσημο βάζοντας για πρόσημο του αθροίσματος το κοινό τους πρόσημο δηλ. $(+2) + (+4) = +(2+4) = +6$ και $(-3) + (-12) + (-7) = -(3+12+7) = -22$ Έτσι θα έχουμε:
 $(+6) + (-22) = -(22-6) = -18 \dots\dots\dots$ Κάνουμε αφαίρεση.
7. $(-3,5) + (-9,99) + (+2,5) + (-15,75) + (+20,75) + (+9,99) = \dots\dots$ Οι $-9,99$ και $+9,99$ φεύγουν.
 $(-3,5) + (-15,75) + (+2,5) + (+20,75) =$
 $[-(3,5+15,75)] + (2,5+20,75) = (-19,25) + (+23,25) = +4$

Αφαίρεση ρητών αριθμών

Ορίζουμε ως αφαίρεση δύο ρητών αριθμών $\alpha - \beta$ την **πρόσθεση** στον α του **αντίθετου** του β δηλ. $\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$.

Έτσι αν π.χ. έχουμε να κάνουμε την αφαίρεση $(-3) - (+5)$ (από τον -3 αφαιρούμε τον $+5$), τότε την πράξη της αφαιρέσεως την κάνουμε πρόσθεση και τον αριθμό που αφαιρείται του αλλάζουμε πρόσημο δηλ. $(-3) + (-5)$ (στον -3 προσθέτουμε τον αντίθετο του $+5$ που είχαμε αρχικά δηλ. τον -5).

Παραδείγματα

1. $(-1) - (+2) = (-1) + (-2) = -3.$

2. $(+2) - (+3) = (+2) + (-3) = -1..$

3. $(+4) - (-1) + (-3) - (+2) = (+4) + (+1) + (-3) + (-2) = (+5) + (-5) = 0.$

4. $\left(+\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) - \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(+\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(+\frac{2}{3}\right) = +\left(\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) =$
 $\left(+\frac{4}{3}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) = \left(+\frac{16}{12}\right) + \left(-\frac{3}{12}\right) = +\frac{16-3}{12} = \frac{13}{12}.$

Απαλοιφή παρενθέσεων

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε την αριθμητική παράσταση $(+3) - (-2) - (+4) + (-5)$. Την παράσταση αυτή μπορούμε να την γράψουμε χωρίς παρενθέσεις λαμβάνοντας υπόψιν τα εξής:

- ▶ Εάν μια παρένθεση την προσθέτουμε τότε η παρένθεση φεύγει χωρίς να επηρεάζονται τα πρόσημα των όρων μέσα στην παρένθεση.
- ▶ Εάν μια παρένθεση την αφαιρούμε τότε η παρένθεση φεύγει όμως τα πρόσημα των όρων που υπάρχουν μέσα στην παρένθεση θα αλλάξουν.

Έτσι για την προηγούμενη παράσταση τα $+3$ και -5 θα παραμείνουν, επειδή έξω από την παρένθεση υπάρχει πρόσθεση (όταν δεν υπάρχει τίποτε θεωρούμε ΠΑΝΤΑ πρόσθετο το $+$), αλλά το -2 και το $+4$ θα αλλάξουν πρόσημο επειδή οι αριθμοί αυτοί αφαιρούνται. Έτσι έχουμε:

$$(+3) - (-2) - (+4) + (-5) = 3 + 2 - 4 - 5$$

Παρατήρηση!!! Σε παραστάσεις όπως η προηγούμενη χωρίς παρένθεση η πράξη με την οποία έχουμε να κάνουμε είναι η πρόσθεση. Τα $+$ και $-$ μπροστά από τους αριθμούς θεωρούνται **πρόσημα** και όχι πράξη. Έτσι:

$$3 + 2 - 4 - 5 = \dots\dots\dots \text{Προσθέτουμε } 3+2 \text{ και } 4+5 \text{ διότι είναι ομόσημοι}$$
$$5 - 9 = -4. \dots\dots\dots \text{αφού οι αριθμοί } 5 \text{ και } -9 \text{ είναι ετερόσημοι.}$$

Παρατηρήσεις!!!

- ▶ Η έννοια της αφαιρέσεως στους ρητούς αριθμούς δεν είναι η ίδια όπως στους φυσικούς αριθμούς.
- ▶ Παρόλο που αφαίρεση στους ρητούς είναι η πρόσθεση του αντίθετου, οι ιδιότητες της πρόσθεσης δεν ισχύουν στην αφαίρεση.
- ▶ Οι αριθμοί $\alpha - \beta$ και $\beta - \alpha$ είναι αντίθετοι. Πχ. $1 - 2 = -1$ ενώ $2 - 1 = +1$.

- Το $-$ μπροστά από έναν αριθμό έχει δύο έννοιες. Την έννοια του αρνητικού και την έννοια του αντίθετου. Έτσι το -4 εκφράζει αρνητικό αριθμό αλλά και τον αντίθετο του $+4$. Αν το $-$ μπει μπροστά από γράμμα πχ. $-a$ τότε εκφράζει μόνο αντίθετο όχι αρνητικό.

Παράδειγμα 1: Να κάνετε τις πράξεις: $(-1) - (+3) + (-2) - (+3) - (-5) + (+6)$.

Λύση

$$\begin{aligned} (-1) - (+3) + (-2) - (+3) - (-5) + (+6) &= \dots\dots\dots \text{Διώχνουμε τις παρενθέσεις.} \\ -1 - 3 - 2 - 3 + 5 + 6 &= \dots\dots\dots \text{Κάνουμε πράξεις.} \\ -9 + 11 &= 2. \end{aligned}$$

Παράδειγμα 2: Να κάνετε τις πράξεις: $(+4) + (+5) + (-2) - (-7) - (-5) - (+1)$.

Λύση

$$\begin{aligned} (+4) + (+5) + (-2) - (-7) - (-5) - (+1) &= \dots\dots\dots \text{Διώχνουμε τις παρενθέσεις.} \\ 4 + 5 - 2 + 7 + 5 - 1 &= \dots\dots\dots \text{Χωρίζουμε τα θετικά από τα αρνητικά.} \\ 4 + 5 + 7 + 5 - 2 - 1 &= \dots\dots\dots \text{Κάνουμε πράξεις.} \\ 21 - 3 &= 18. \end{aligned}$$

Παράδειγμα 3: Να κάνετε τις πράξεις: $(+2) - (3 - 2 + 4 - 7) + (-2 + 3 - 4)$.

Λύση

1ος τρόπος:

$$\begin{aligned} (+2) - (3 - 2 + 4 - 7) + (-2 + 3 - 4) &= \dots\dots\dots \text{Κάνουμε τις πράξεις στις παρενθέσεις.} \\ (+2) - (3 + 4 - 2 - 7) + (-2 - 4 + 3) &= \\ (+2) - (7 - 9) + (-6 + 3) &= \\ (+2) - (-2) + (-3) &= \dots\dots\dots \text{Βγάζουμε τις παρενθέσεις.} \\ 2 + 2 - 3 &= \dots\dots\dots \text{Κάνουμε πράξεις.} \\ 4 - 3 &= 1. \end{aligned}$$

2ος τρόπος:

$$\begin{aligned} (+2) - (3 - 2 + 4 - 7) + (-2 + 3 - 4) &= \dots\dots\dots \text{Διώχνουμε τις παρενθέσεις.} \\ 2 - 3 + 2 - 4 + 7 - 2 + 3 - 4 &= \dots\dots\dots \text{Διώχνουμε τα αντίθετα.} \\ 2 - 4 + 7 - 4 &= \dots\dots\dots \text{Χωρίζουμε τα θετικά από τα αρνητικά.} \\ 2 + 7 - 4 - 4 &= \dots\dots\dots \text{Κάνουμε πράξεις.} \\ 9 - 8 &= 1. \end{aligned}$$

Παράδειγμα 4: Να κάνετε τις πράξεις: $-\frac{3}{2} + \left(-1 + 2 - 3 + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} - 2 - 4 - \frac{3}{2}\right)$.

Λύση

$$\begin{aligned} -\frac{3}{2} + \left(-1 + 2 - 3 + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} - 2 - 4 - \frac{3}{2}\right) &= \dots\dots\dots \text{Διώχνουμε τις παρενθέσεις.} \\ -\frac{3}{2} - 1 + 2 - 3 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 2 + 4 + \frac{3}{2} &= \dots\dots\dots \text{Διώχνουμε τα αντίθετα.} \\ -1 + 2 - 3 + 2 + 4 &= \dots\dots\dots \text{Χωρίζουμε τα θετικά από τα αρνητικά.} \\ -1 - 3 + 2 + 2 + 4 &= \dots\dots\dots \text{Κάνουμε πράξεις.} \\ -4 + 8 &= 4. \end{aligned}$$

Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών

► Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε +.

► Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε -.

Ποιο αναλυτικά:

- Το γινόμενο δύο θετικών ρητών είναι θετικός ρητός δηλ $(+) \cdot (+) = +$.
- Το γινόμενο δυο αρνητικών ρητών είναι θετικός ρητός δηλ $(-) \cdot (-) = +$.
- Το γινόμενο ενός θετικού ρητού και ενός αρνητικού ρητού είναι αρνητικός ρητός δηλ $(+) \cdot (-) = -$ και $(-) \cdot (+) = -$.

► Γενικά για να πολλαπλασιάσουμε περισσότερους από δυο ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στην συνέχεια μετράμε πόσοι από αυτούς ήταν αρνητικοί.

- Αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιος αριθμός (ζυγός) τότε στο γινόμενο βάζουμε +.
- Αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττός αριθμός (μονός) στο γινόμενο βάζουμε -.

Ιδιότητες

$$\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$$

αντιμεταθετική

$$(-3) \cdot (+7) = (+7) \cdot (-3)$$

$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$$

προσεταιριστική

$$(+2) \cdot [(-3) \cdot (-6)] = [(+2) \cdot (-3)] \cdot (-6)$$

$$\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$$

ουδέτερο στοιχείο

$$(-3) \cdot 1 = -3 \text{ και } 1 \cdot (+12) = +12$$

$$\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha = 1$$

Ύπαρξη αντιστρόφου

$$(-3) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 1 \text{ και } (+2) \cdot \left(+\frac{1}{2}\right) = 1$$

$$\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$$

$$(+3) \cdot 0 = 0 \text{ και } 0 \cdot (-12) = 0$$

Επιμεριστική ως προς την πρόσθεση : $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$

Επιμεριστική ως προς την αφαίρεση: $\alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$

Παραδείγματα

$$1. (-1) \cdot (-3) = +(1 \cdot 3) = +3$$

$$2. (+2) \cdot (+4) = +(2 \cdot 4) = 8$$

$$3. (-7) \cdot (+2) = -(7 \cdot 2) = -14$$

$$4. (+12) \cdot (-12) = -(12 \cdot 12) = -144$$

$$5. \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(+\frac{3}{5}\right) = -\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) = -\frac{3}{15} = -\frac{1}{5}$$

$$6. \underbrace{(-2) \cdot (-1) \cdot (+2) \cdot (+4)} = +(2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 4) = 16$$

Έχουμε 2 αρνητικούς αριθμούς

$$7. \underbrace{(+2) \cdot (+1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-2)} = -4$$

Έχουμε 3 αρνητικούς αριθμούς

$$8. \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(+\frac{4}{3}\right) = -\frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 3} = -\frac{12}{12} = -1$$

Διαίρεση ρητών αριθμών

Διαίρεση δύο ρητών αριθμών $\alpha : \beta$ ορίζεται το γινόμενο του διαιρετέου α με τον αντίστροφο του διαιρέτη β δηλ $\frac{\alpha}{\beta} = \alpha \cdot \frac{1}{\beta}$.

- Για να διαιρέσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε το πρόσημο + .
- Για να διαιρέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε το πρόσημο - .

Διαίρεση με διαιρέτη το 0 δεν ορίζεται.

Παρατήρηση

Ισχύει $\frac{-\alpha}{\beta} = \frac{\alpha}{-\beta} = -\frac{\alpha}{\beta}$.

Πράγματι $\frac{-\alpha}{\beta} = (-\alpha) : \beta = -\alpha : \beta = -\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\alpha}{-\beta} = \alpha : (-\beta) = -\alpha : \beta = -\frac{\alpha}{\beta}$.

Παραδείγματα

1. $(-2) : (-4) = +(2 : 4) = +0,5$

2. $(+4) : (-2) = -(4 : 2) = -2$

3. $(+24) : (+8) = +(24 : 8) = +3$

4. $(-34) : (+17) = -(34 : 17) = -2$

5. $\left(+\frac{1}{3}\right) : (+4) = +\left(\frac{1}{3} : 4\right) = +\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}\right) = +\frac{1}{12}$

6. $\left(-\frac{2}{5}\right) : \left(-\frac{5}{8}\right) = +\left(\frac{2}{5} : \frac{5}{8}\right) = +\left(\frac{2}{5} \cdot \frac{8}{5}\right) = \frac{16}{25}$

Άσκηση 1: Να κάνετε τις πράξεις: $(+4) \cdot (+5) + (-8) : (-2) - (-5)$.

Λύση

$(+4) \cdot (+5) + (-8) : (-2) - (-5) = \dots\dots\dots$ Προτεραιότητα πράξεων
 $20 + (+4) - (-5) = \dots\dots\dots$ Βγάζουμε τις παρενθέσεις
 $20 + 4 + 5 = 29$.

Άσκηση 2 : Να κάνετε τις πράξεις: $-18 : (-3+9)+(-64) : (-8-2) \cdot (-3+12-2+3+4-5+1)$

Λύση

$-18 : (-3+9)+(-64) : (-8-2) \cdot (-3+12-2+3+4-5+1) = \dots$ Κάνουμε τις πράξεις στις παρενθέσεις
 $-18 : (+6)+(-64) : (-10) \cdot (-3-2-5+12+3+4+1) = \dots\dots\dots$ Διαγράφουμε τα αντίθετα
 $-18 : (+6)+(-64) : (-10) \cdot (-2-5+12+4+1) =$
 $-18 : (+6)+(-64) : (-10) \cdot (-7+17) =$
 $-18 : (+6)+(-64) : (-10) \cdot (+10) = \dots\dots$ Κάνουμε τις διαιρέσεις και τους πολλαπλασιασμούς
 $-18 : (+6)+(+6,4) \cdot (+10) =$
 $-3+(+64) = \dots\dots\dots$ Βγάζουμε τις παρενθέσεις
 $-3+64 = 61$.

Άσκηση 3 : Να κάνετε τις πράξεις: $\left(-\frac{2}{3} - \frac{3}{2} - \frac{5}{-6}\right) : \left(1 - \frac{2}{5}\right) + \frac{(-5) \cdot (-3)}{2} \cdot \frac{2}{15}$

Λύση

$$\left(-\frac{2}{3} - \frac{3}{2} - \frac{5}{-6}\right) : \left(1 - \frac{2}{5}\right) + \frac{(-5) \cdot (-3)}{2} \cdot \frac{2}{15} = \dots\dots\dots \text{Διορθώνουμε τα πρόσσημα: } -\frac{5}{-6} = +\frac{5}{6}$$

$$\left(-\frac{2}{3} - \frac{3}{2} + \frac{5}{6}\right) : \left(1 - \frac{2}{5}\right) + \frac{(-5) \cdot (-3)}{2} \cdot \frac{2}{15} = \dots\dots\dots \text{Κάνουμε τις πράξεις στις παρενθέσεις}$$

$$\left(-\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} - \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 2} + \frac{5}{6}\right) : \left(\frac{5}{5} - \frac{2}{5}\right) + \frac{(-5) \cdot (-3)}{2} \cdot \frac{2}{15} = \dots\dots\dots \text{Ομώνυμα}$$

$$\left(-\frac{4}{6} - \frac{9}{6} + \frac{5}{6}\right) : \left(\frac{5-2}{5}\right) + \frac{(-5) \cdot (-3)}{2} \cdot \frac{2}{15} =$$

$$\left(-\frac{4+9}{6} + \frac{5}{6}\right) : \left(+\frac{3}{5}\right) + \frac{(-5) \cdot (-3)}{2} \cdot \frac{2}{15} =$$

$$\left(-\frac{13}{6} + \frac{5}{6}\right) : \left(+\frac{3}{5}\right) + \frac{(-5) \cdot (-3)}{2} \cdot \frac{2}{15} =$$

$$\left(-\frac{13-5}{6}\right) : \left(+\frac{3}{5}\right) + \frac{(-5) \cdot (-3)}{2} \cdot \frac{2}{15} =$$

$$\left(-\frac{8}{6}\right) : \left(+\frac{3}{5}\right) + \frac{(-5) \cdot (-3)}{2} \cdot \frac{2}{15} = \dots\dots\dots \text{Κάνουμε την πράξη στον αριθμητή του κλάσματος}$$

$$\left(-\frac{8}{6}\right) : \left(+\frac{3}{5}\right) + \frac{(+15)}{2} \cdot \frac{2}{15} = \dots\dots\dots \text{Κάνουμε τις πράξεις σύμφωνα με την προτεραιότητα}$$

$$\left(-\frac{8}{6}\right) \cdot \left(+\frac{5}{3}\right) + \frac{(+15)}{2} \cdot \frac{2}{15} =$$

$$-\frac{8 \cdot 5}{6 \cdot 3} + \frac{15 \cdot 2}{2 \cdot 15} =$$

$$-\frac{40}{18} + \frac{30}{30} =$$

$$-\frac{40 : 2}{18 : 2} + 1 =$$

$$-\frac{20}{9} + \frac{9}{9} =$$

$$-\frac{20-9}{9} = -\frac{11}{9}$$