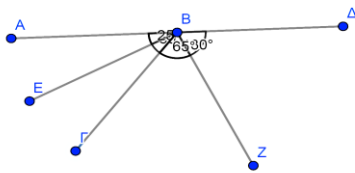


Άσκηση 1^η

Σχεδιάστε δύο εφεξής και παραπληρωματικές γωνίες και τις διχοτόμους τους. Ποιο είναι το μέτρο της γωνίας που σχηματίζουν οι διχοτόμοι;



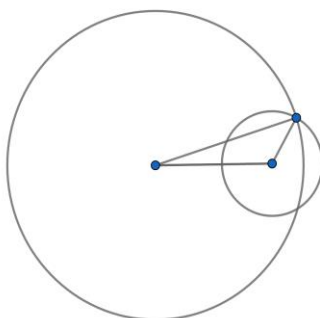
Οι γωνίες ABΓ και ΓΒΔ είναι εφεξής αφού έχουν κοινή κορυφή το σημείο Β και κοινή πλευρά την ΒΓ, αλλά και παραπληρωματικές αφού οι μη κοινές πλευρές τους είναι αντικείμενες ημιευθείες.

Η ΒΕ είναι διχοτόμος της ΑΒΓ και η ΒΖ διχοτόμος της ΓΒΔ.

Η γωνία ΕΒΖ είναι 90 μοιρών γιατί αν x μοίρες είναι η ΑΒΓ η ΓΒΔ είναι $180 - x$. Έτσι η ΕΒΓ $x/2$ και η ΓΒΖ $(180 - x) / 2$. Αθροίζοντας τις, βγάζουμε 90 μοίρες.

Άσκηση 2^η

Περιγράψτε πως θα κατασκευάσετε ένα τρίγωνο με πλευρές 5cm, 6cm και 3cm.



Παίρνω ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ μεγέθους 5cm. Με κέντρο το σημείο Α κατασκευάζω ένα κύκλο με ακτίνα 6cm και με κέντρο το σημείο Β κατασκευάζω ένα κύκλο με ακτίνα 3cm. Οι κύκλοι αυτοί τέμνονται σε δύο σημεία. Όποιο και να πάρουμε ως σημείο Γ θα είναι η τρίτη κορυφή του τριγώνου. Φέρνω λοιπόν τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΓ και ΒΓ. Επειδή το σημείο Γ είναι σημείο του κύκλου (Α,6) το ΑΓ θα είναι 6cm και επειδή είναι και σημείο του κύκλου (Β,3) το ΒΓ θα είναι 3cm.

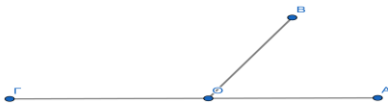
Άσκηση 3^η

Ένα ισοσκελές τρίγωνο έχει μία πλευρά 3cm και μία 7cm. Πόσο είναι η τρίτη;

Η τρίτη πλευρά θα είναι ή 3cm ή 7cm. Όμως δεν μπορεί να είναι 3cm γιατί αν θυμηθούμε την λύση της προηγούμενης άσκησης, και σχηματίσουμε στα άκρα του ευθύγραμμου τμήματος μήκους 7cm, κύκλους με ακτίνες 3cm, οι κύκλοι αυτοί δεν θα τέμνονται σε κανένα σημείο. Άρα οι δύο ίσες πλευρές πρέπει να είναι από 7cm.

Άσκηση 4^η

Σχεδιάστε τρεις διαδοχικές γωνίες $\widehat{A\hat{O}B}$, $\widehat{B\hat{O}G}$, $\widehat{G\hat{O}D}$ τέτοιες ώστε $\widehat{A\hat{O}B} = \phi$, $\widehat{B\hat{O}G} = 2\phi$ και $\widehat{G\hat{O}D} = 3\phi$. Αν η γωνία $\widehat{A\hat{O}D}$ είναι ευθεία βρείτε το μέτρο των γωνιών.



Οι γωνίες $\widehat{A\hat{O}B}$, $\widehat{B\hat{O}G}$ και $\widehat{G\hat{O}D}$ ανά δύο εφεξής έχουν άθροισμα την ευθεία γωνία $\widehat{A\hat{O}D}$ 360 μοιρών. Έτσι θα έχουμε $\phi + 2\cdot\phi + 3\cdot\phi = 360$, δηλαδή $6\cdot\phi = 360$ δηλαδή το ϕ θα είναι 60 μοίρες.
Άρα $\widehat{A\hat{O}B}$ είναι 60 μοίρες, $\widehat{B\hat{O}G}$ 120 μοίρες και $\widehat{G\hat{O}D}$ 180 μοίρες.
(Τα σημεία A και D συμπίπτουν)

Άσκηση 5^η

Αν προσθέσουμε την συμπληρωματική με την παραπληρωματική μιας γωνίας βρίσκουμε το τριπλάσιο της. Πόσο ήταν η αρχική γωνία.

Αν x είναι η αρχική γωνία τότε η συμπληρωματική είναι $90 - x$ και η παραπληρωματική $180 - x$. Έτσι θα έχω $90 - x + 180 - x = 3\cdot x$ δηλαδή $270 - 2\cdot x = 3\cdot x$ και $270 = 5\cdot x$. Διαιρώντας έχω ότι το x , η αρχική γωνία είναι 54 μοιρών.

Άσκηση 6^η

Αν αυξήσουμε το μέτρο μιας γωνίας κατά 50% βρίσκουμε το μέτρο της παραπληρωματικής της. Πόσο είναι αυτή η γωνία;

Αν x είναι η αρχική γωνία τότε $180 - x = x + \frac{1}{2}\cdot x$ δηλαδή $180 = 2x + \frac{1}{2}\cdot x$ και κάνοντας πράξεις $5\cdot x = 360$ και καταλήγουμε ότι η x είναι 72 μοίρες.

Άσκηση 7^η

Να σχεδιάσετε:

Δύο κατακορυφήν γωνίες με άθροισμα 140 μοίρες

Φέρνουμε μία ευθεία και σε οποιοδήποτε σημείο της φέρουμε μια άλλη ευθεία, σχηματίζοντας μια γωνία σε σχέση με την πρώτη, 70 μοιρών

Δύο εφεξής και παραπληρωματικές γωνίες με διαφορά 20 μοίρες.

Οι γωνίες αυτές είναι x και $180 - x$ και $180 - x - x = 20$. Άρα $160 = 2x$ και έτσι $x = 80$.

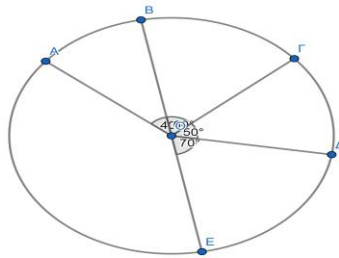
Φέρνουμε μία ευθεία και σε ένα σημείο της O φέρνουμε μια ημιευθεία που σχηματίζει με την ευθεία 80 μοίρες.

Τρεις διαδοχικές και ίσες γωνίες με άθροισμα 240 μοίρες.

Κάθε γωνία θα είναι προφανώς 80 μοίρες.

Άσκηση 8^η

Σε ένα κύκλο (O , 4cm) να πάρετε διαδοχικά τα τόξα $AB = 40^\circ$, $B\Gamma = 60^\circ$, $\Gamma\Delta = 50^\circ$, $\Delta E = 70^\circ$.



Πόσων μοιρών είναι η μη κυρτή γωνία $A\hat{O}E$;

Τα τόξα είναι διαδοχικά και οι γωνίες που τα σχηματίζουν το ίδιο. Αθροιστικά η γωνία $A\hat{O}E$ είναι 220° .

Να εξηγήσετε γιατί η BE είναι διάμετρος του κύκλου.

Γιατί η γωνία $B\hat{O}E$ είναι 180° και οι OB και OE ακτίνες του κύκλου

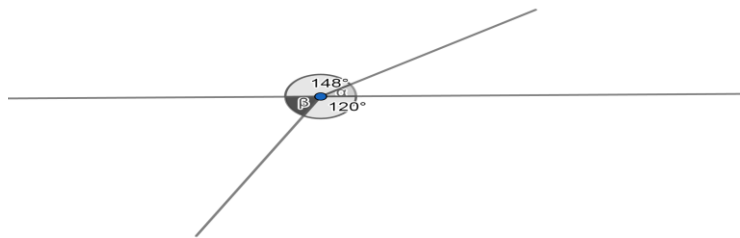
Άσκηση 9^η

Να σχεδιάσετε δύο παράλληλες ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 με απόσταση 5cm. Αν το A είναι σημείο της ϵ_1 να βρείτε δύο σημεία B και Γ της ϵ_2 τέτοια ώστε $AB = A\Gamma = 6cm$.

Θεωρούμε το σημείο A κέντρο ενός κύκλου με ακτίνα 6cm. Τα δύο σημεία που τέμνει ο κύκλος την ευθεία ϵ_2 , είναι τα σημεία B και Γ .

Άσκηση 10^η

Να υπολογίσετε σε μοίρες τις γωνίες α β του παρακάτω σχήματος χωρίς μοιρογνωμόνιο. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



Η γωνία α είναι παραπληρωματική της γωνίας με μέτρο 148° άρα το μέγεθος της είναι $180^\circ - 148^\circ = 32^\circ$

Η γωνία β είναι παραπληρωματική της γωνίας με μέτρο 120° άρα το μέγεθος της σε μοίρες είναι $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

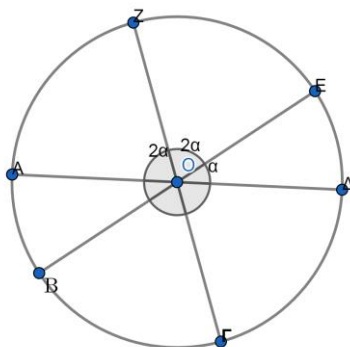
Άσκηση 11^η

Σε κύκλο (Ο, ρ) να σχεδιάσετε δύο κάθετες ακτίνες ΟΑ, ΟΒ. Αν Οδ είναι η διχοτόμος της ΑÔΒ, η οποία τέμνει τον κύκλο στο σημείο Γ, να συγκρίνετε τις χορδές ΑΓ και ΒΓ.

Η διχοτόμος Οδ της ορθής ΑÔΒ τη χωρίζει σε δύο ίσες γωνίες: $\text{ΑÔΓ} = \text{ΓÔΒ} = 45^\circ$. Άρα τα τόξα ΑΓ και ΒΓ είναι ίσα, δηλαδή $\text{ΑΓ} = \text{ΒΓ} = 45^\circ$. Επομένως και οι αντίστοιχες χορδές ΑΓ και ΒΓ είναι ίσες.

Άσκηση 12^η

Να υπολογίσετε σε μοίρες τα τόξα στα οποία έχει χωριστεί ο κύκλος του παρακάτω σχήματος.



Το άθροισμα των γωνιών ΑÔΒ ΒÔΓ και ΓÔΔ είναι 180° . Άρα $2\alpha + 2\alpha + \alpha = 180^\circ$. Δηλαδή το α είναι 36° .

Η γωνία ΑÔΖ είναι κατακορυφήν με την ΓÔΔ άρα είναι κι αυτή 36° . Με την ίδια λογική ΖÔΕ κατακορυφήν με την ΒÔΓ και ίση με 72° και το ίδιο για την ΕÔΔ.