

# Ποσοστά

Ονομάζουμε ποσοστό  $a\%$  ένα κλάσμα με παρονομαστή 100 δηλ.  $\frac{a}{100}$ . Το κλάσμα αυτό διαβάζεται **α στα 100**. Εκτός από το ποσοστό στα 100 υπάρχει και το ποσοστό στα 1000 το οποίο γράφεται  $a\text{‰}$  και είναι το κλάσμα  $\frac{a}{1000}$ . Αυτό διαβάζεται **α τις χιλίους**.

Για να βρούμε το  $a\%$  ενός αριθμού πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό με το κλάσμα  $\frac{a}{100}$ .

## Κατηγορίες Ασκήσεων

### α. Τροπή ενός κλάσματος σε ποσοστό.

- ▶ Προσπαθούμε, πολλαπλασιάζοντας ή διαιρώντας τους όρους του κλάσματος με κατάλληλους αριθμούς, να πάρουμε ένα ισοδύναμο κλάσμα με παρονομαστή 100.
- ▶ Κάνουμε την διαίρεση (αριθμητής : παρονομαστής) και στην συνέχεια μετατρέπουμε τον δεκαδικό αριθμό σε δεκαδικό κλάσμα.

### β. Εύρεση του $a\%$ ενός ποσού.

- ▶ Πολλαπλασιάζουμε το ποσό με το κλάσμα  $\frac{a}{100}$ . Πχ. το 15% του 30 είναι  $\frac{15}{100} \cdot 30 = 4,5$ .

### γ. Εύρεση του τελικού ποσού μετά από αύξηση (έκπτωση) $a\%$ .

- ▶ Στην αύξηση Τελικό ποσό = Αρχικό ποσό  $\cdot \frac{100 + a}{100}$ . Ο τρόπος που σκεφτόμαστε είναι ο εξής: Όλο το ποσό είναι  $\frac{100}{100}$  και η αύξηση είναι  $\frac{a}{100}$  οπότε το τελικό ποσό θα είναι  $\frac{100}{100} + \frac{a}{100} = \frac{100 + a}{100}$ .

- ▶ Στην έκπτωση Τελικό ποσό = Αρχικό ποσό  $\cdot \frac{100 - a}{100}$ . Ο τρόπος που σκεφτόμαστε είναι ο εξής: Όλο το ποσό είναι  $\frac{100}{100}$  και η έκπτωση είναι  $\frac{a}{100}$  οπότε το τελικό ποσό θα είναι  $\frac{100}{100} - \frac{a}{100} = \frac{100 - a}{100}$ .

### δ. Εύρεση αρχικού ποσού πριν από την αύξηση (έκπτωση) $a\%$ .

- ▶ Στην αύξηση Αρχικό ποσό = Τελικό ποσό :  $\frac{100 + a}{100}$ . Έχουμε δηλ. την περίπτωση στην οποία γνωρίζουμε το μερικό και ψάχνουμε το αρχικό, οπότε κάνουμε διαίρεση.
- ▶ Στην έκπτωση Αρχικό ποσό = Τελικό ποσό :  $\frac{100 - a}{100}$ .
- ▶ Μπορούμε να εργαστούμε και με αναγωγή στη μονάδα απλά οι παραπάνω τρόποι είναι πιο σύντομοι.

## ε. Ασκήσεις Κεφαλαίου – Τόκου – Επιτοκίου.

- Οι ασκήσεις αυτού του είδους αντιμετωπίζονται όπως οι ασκήσεις των κατηγοριών β και γ όταν το κεφάλαιο μείνει στην τράπεζα για 1 χρόνο. Σε διαφορετική περίπτωση βρίσκουμε τον τόκο για 1 χρόνο και τον πολλαπλασιάζουμε με  $\frac{M}{12}$  για να βρούμε πόσο τόκο θα πάρει μετά από M μήνες ή  $\frac{M}{360}$  για να βρούμε τον τόκο μετά από M ημέρες.  
Ειδικότερα:

- Όταν κάποιος βάλει στην τράπεζα ένα κεφάλαιο K με επιτόκιο E% για X μήνες ο τόκος που θα εισπράξει είναι :  $T = K \cdot \frac{E\%}{100} \cdot \frac{M}{12}$ .
- Όταν κάποιος βάλει στην τράπεζα ένα κεφάλαιο K και πάρει τόκο T μετά από M μήνες το επιτόκιο είναι  $E\% = 100 \cdot \frac{12}{M} \cdot \frac{T}{K}$ .
- Όταν κάποιος έχει πάρει τόκο T μετά από M μήνες με επιτόκιο E% το αρχικό του κεφάλαιο είναι:  $K = T \cdot \frac{100}{E\%} \cdot \frac{12}{M}$ .
- Όταν κάποιος έχει βάλει στην τράπεζα ένα κεφάλαιο K πήρε τόκο T με επιτόκιο E% οι μήνες M που έμεινε το κεφάλαιο στην τράπεζα είναι:  $M = T \cdot \frac{100}{E\%} \cdot \frac{12}{K}$ .

## Παράδειγμα 1:

1. Να μετατρέψετε σε ποσοστό το κλάσμα  $\frac{12}{20}$ .
2. Να μετατρέψετε σε ποσοστό το κλάσμα  $\frac{12}{15}$ .
3. Να βρείτε το 3% των 2 τόνων.
4. Να βρείτε σε ποιο ποσοστό αντιστοιχούν τα 12 Ευρώ από τα 50 Ευρώ.

## Λύση

1. Θα προσπαθήσουμε να μετατρέψουμε το κλάσμα σε ισοδύναμο με παρονομαστή 100. Το 20 για να γίνει 100 πρέπει να πολλαπλασιαστεί με το 5 οπότε:  
 $\frac{12}{20} = \frac{12 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{60}{100}$  δηλ. 60%.
2. Το 15 δεν είναι εύκολο να γίνει 100 με πολλαπλασιασμό για τον λόγο αυτό θα το διαιρέσουμε πρώτα με το 3 και στην συνέχεια θα το πολλαπλασιάσουμε με το 20. Έτσι:  
 $\frac{12}{15} = \frac{12 : 3}{15 : 3} = \frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{80}{100}$  δηλ. 80%.
3. Οι 2 τόνοι αντιστοιχούν σε 2000 κιλά. Ψάχνουμε λοιπόν το 3% των 2000 κιλών. Έτσι  
 $2000 \cdot \frac{3}{100} = 60$  κιλά.
4. Έχουμε 12 στα 50 δηλ.  $\frac{12}{50} = \frac{12 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{24}{100}$  δηλ. 24%.

**Παράδειγμα 2:**

Έμπορος αγόρασε ένα προϊόν 1500 Ευρώ.

1. Να βρείτε πόσο πρέπει να πουλήσει το προϊόν ώστε να έχει κέρδος 10%;
2. Αν πουλήσει το προϊόν του 1600 Ευρώ ποιο είναι το ποσοστό κέρδους του εμπόρου;
3. Πόσο έπρεπε να είχε αγοράσει το προϊόν ώστε να το πουλούσε 1600 Ευρώ με κέρδος 10%;
4. Να βρείτε πόσο πρέπει να πουλήσει το προϊόν ώστε να έχει κέρδος 10% όταν το Φ.Π.Α. είναι 19%;
5. Έστω ότι πουλάει το προϊόν με κέρδος 200 Ευρώ τα οποία τα βάζει στην τράπεζα με επιτόκιο 2%. Να βρείτε τον τόκο που θα εισπράξει μετά από 2 χρόνια.

**Λύση**

1. 10% κέρδος σημαίνει ότι η τιμή πώλησης θα είναι τα  $\frac{100}{100} + \frac{10}{100} = \frac{110}{100}$  της τιμής αγοράς. (Περίπτωση γ.) Άρα η τιμή πώλησης θα είναι  $1500 \cdot \frac{110}{100} = 1650$  Ευρώ.
2. Το κέρδος του εμπόρου είναι  $1600 - 1500 = 100$  Ευρώ. Το ποσοστό κέρδους αναφέρεται στην αξία αγοράς οπότε είναι  $\frac{100}{1500} = 0,067$  ή 6,7% περίπου.
3. Μας ενδιαφέρει η αρχική τιμή αγοράς όταν το κέρδος του είναι 10% δηλ. η τιμή πώλησης είναι τα  $\frac{100}{100} + \frac{10}{100} = \frac{110}{100}$  της αρχικής. Άρα θα κάνουμε διαίρεση δηλ.  $1600 : \frac{110}{100} = 1600 \cdot \frac{100}{110} = 1454,54$  Ευρώ περίπου.
4. Το Φ.Π.Α. αναφέρεται στην τιμή πώλησης οπότε για να έχει κέρδος 10% βρήκαμε ότι πρέπει το προϊόν να πουληθεί 1650 Ευρώ (ερώτημα α.). Άρα η τελική τιμή πώλησης θα είναι  $1650 \cdot \frac{119}{100} = 1963,5$  Ευρώ.
5. Τα 200 Ευρώ μετά από 2 χρόνια δηλ 24 μήνες θα δώσουν τόκο  $T = 200 \cdot \frac{2}{100} \cdot \frac{24}{12} = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$  Ευρώ.

